



FOAD-SPIRIT



Statistique : médiane

Pour une série statistique dont les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant, la médiane, notée Me, est la valeur qui partage cette série en deux parties de même effectif. Il y a quatre cas à considérer

1- Le nombre de valeurs est impair : Dans ce cas, Me est égale au terme "du milieu"

Exemple : on cherche la médiane des notes de maths de Vincent : 20 ; 9 ; 11 ; 2 ; 14 ; 14 ; 18  
 a- Le nombre de termes de la série est 7 => impair  
 b- On ordonne les valeurs dans l'ordre croissant : 2 ; 9 ; 11 ; 14 ; 14 ; 18 ; 20.  
 c- la médiane = le terme "du milieu", soit :  
 2 ; 9 ; 11 ; 14 ; 14 ; 18 ; 20.  
 3 notes      3 notes  
 Me = 14  
 La note de maths médiane de Vincent est 14.

2- Le nombre de valeurs est pair : Dans ce cas, la médiane Me est égale à la demi-somme des deux termes "du milieu".

Exemple : on cherche la médiane des notes de français de Vincent : 15 ; 10 ; 5 ; 17 ; 12 ; 12.  
 a- le nombre de termes de la série est 6 => pair  
 b- On ordonne les valeurs dans l'ordre croissant : 5 ; 10 ; 12 ; 12 ; 15 ; 17  
 c- La médiane est égale à la demi-somme des deux termes "du milieu", soit :  
 5 ; 10 ; 12 ; 12 ; 15 ; 17  
 2 notes      2 notes  
 $Me = \frac{12 + 12}{2} = 12$   
 La note de français médiane de Vincent est 12.

3- Avec un grand nombre de valeurs : On fait un tableau des effectifs cumulés pour déterminer la médiane.

Exemple : on cherche la note médiane de la classe de 4<sup>ème</sup> pour le premier trimestre en français.  
**Données du problème**  
 Attention, ici les notes sont déjà rangées dans l'ordre croissant, sinon il faut les ranger.

Notes sur 20	5	8	9	12	13	15	18
Effectif	2	4	3	10	5	1	1
Effectifs cumulés	2	6	9	19	24	26	27

L'effectif total est 27, la note médiane est donc la 14<sup>ème</sup> note. En effet, (27 = 13 + 1 + 13) qui fait partie de l'effectif cumulé 19. Nota : Si l'effectif total avait été 26 on aurait fait la moyenne de la 13<sup>ème</sup> et 14<sup>ème</sup> note soit  $(12 + 12)/2 = 12$ .

la note médiane est 12

4- Série découpée en classe

Ex : on cherche le poids médian d'un groupe de personnes.

Poids (kg)	[20 ; 40[	[40 ; 60[	[60 ; 80[	[80 ; 100[
Effectifs	5	7	5	2
Effectifs cumulés	5	12	17	19

L'effectif total = 19, la médiane est la 10<sup>ème</sup> personne faisant partie de l'effectif cumulé 12, classe [40 ; 60[.

Schéma du problème, pour trouver la médiane.



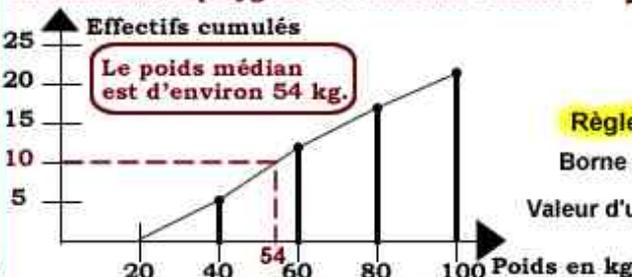
Règle de trois => Médiane =  $40 + \frac{20}{7} \times (10 - 5) = 54,28 \text{ kg}$

Borne inférieure de la classe

Valeur d'un sous intervalle de la classe

Nombre de sous intervalles qui séparent la « 5<sup>ème</sup> personne » et la « 10<sup>ème</sup> »

Résolution graphique : on construit le polygone des effectifs cumulés :





FOAD-SPIRIT



Statistique : médiane

EXERCICES

1 A vos paniers

Une enquête sur les dépenses par semaine d'un ménage moyen est réalisée auprès de 130 ménages. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous.

Dépenses (en €)	Nombre de ménages	Effectif cumulé croissant
80	10	.....
90	30	.....
100	20	.....
110	15	.....
120	35	.....
130	12	.....
140	8	.....

1. Complète la colonne des effectifs cumulés du tableau ci-dessus.
2. Détermine la médiane et indique ce qu'elle signifie.

3 Contrôle radar

Lors d'un contrôle, les vitesses mesurées par le radar sur 71 véhicules sont les suivantes :

Vitesse (km/h)	30	45	50	55	60	70
Nb véhicules	10	22	16	11	10	2
Effectifs cumulés	.....	.....	.....	.....	.....	.....

1. complète le tableau (ligne des effectifs cumulés).
2. Détermine la médiane de cette série statistique.

2 Calcule la médiane

Voici les températures relevées au cours des 15 premiers jours de juillet.

Températures (°C) : 10 ; 11 ; 13 ; 10 ; 9 ; 20 ; 21 ; 19 ; 25 ; 14 ; 13 ; 20 ; 25 ; 22 ; 29

1. Quelle est la température médiane des 15 premiers jours ?
2. Quelle est la température médiane des 10 premiers jours ?

4 Vive l'école

Lors d'une visite médicale, on mesure la taille des 27 élèves d'une classe de CE2.

taille (cm)	[40 ; 60[	[60 ; 80[	[80 ; 100[	[100 ; 120[
Effectifs	1	5	16	5
Effectifs cumulés	.....	.....	.....	.....

1. Complète le tableau (ligne des effectifs cumulés).
2. Détermine la valeur exacte de la taille médiane de cette classe de CE2.



FOAD-SPIRIT



Statistique : médiane

CORRIGES

**1 A vos paniers**

Une enquête sur les dépenses par semaine d'un ménage moyen est réalisée auprès de 130 ménages. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous.

Dépenses (en €)	Nombre de ménages	Effectif cumulé croissant
80	10	10
90	30	40
100	20	60
110	15	75
120	35	110
130	12	122
140	8	130

1. Complète la colonne des effectifs cumulés du tableau ci-dessus.
2. Détermine la médiane et indique ce qu'elle signifie.

L'effectif cumulé total est 130. Le ménage médian est donc la moyenne entre le 65<sup>ème</sup> et le 66<sup>ème</sup> ménage qui font partis de l'effectif cumulé 75. La médiane est donc égale à  $(110 + 110) / 2 = 110$  €. Cela signifie que la moitié des ménages dépense de 80 à 110 €.

**3 Contrôle radar**

Lors d'un contrôle, les vitesses mesurées par le radar sur 71 véhicules sont les suivantes :

Vitesse (km/h)	30	45	50	55	60	70
Nb véhicules	10	22	16	11	10	2
Effectifs cumulés	10	32	48	59	69	71

1. complète le tableau (ligne des effectifs cumulés).
2. Détermine la médiane de cette série statistique.

L'effectif cumulé total est 71. La médiane est donc la vitesse du 35<sup>ème</sup> véhicule, soit 50 km/h. Ainsi, la moitié des véhicules roule entre 30 et 50 km/h et l'autre moitié roule entre 50 et 70 km/h.

**2 Calcule la médiane**

Voici les températures relevées au cours des 15 premiers jours de juillet.

Températures (°C) : 10 ; 11 ; 13 ; 10 ; 9 ; 20 ; 21 ; 19 ; 25 ; 14 ; 13 ; 20 ; 25 ; 22 ; 29

1. Quelle est la température médiane des 15 premiers jours ?
2. Quelle est la température médiane des 10 premiers jours ?

On range les températures par ordre croissant.

Températures (°C) : 9 ; 10 ; 10 ; 11 ; 13 ; 13 ; 14 ; 19 ; 20 ; 20 ; 21 ; 22 ; 25 ; 25 ; 29

1. La température médiane des 15 premiers jours est le 8<sup>ème</sup> relevé de température, soit : 19 °C.
2. La température médiane des 10 premiers jours est égale à la moyenne du 5<sup>ème</sup> et 6<sup>ème</sup> relevé de température, soit :  $\frac{13 + 13}{2} = 13$ °C.

**4 Vive l'école**

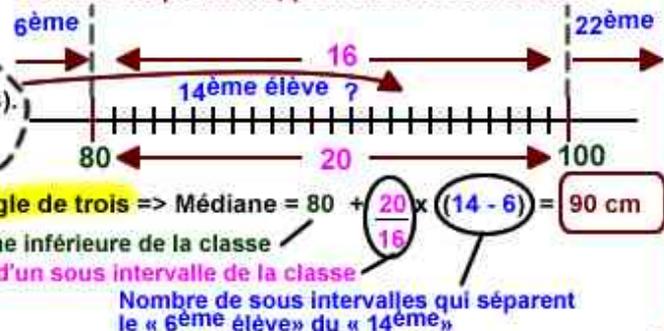
Lors d'une visite médicale, on mesure la taille des 27 élèves d'une classe de CE2.

taille (cm)	[40 ; 60[	[60 ; 80[	[80 ; 100[	[100 ; 120[
Effectifs	1	5	16	5
Effectifs cumulés	1	6	22	27

1. Complète le tableau (ligne des effectifs cumulés).
2. Détermine la valeur exacte de la taille médiane de cette classe de CE2.

L'effectif total = 27, la taille médiane est celle du 14<sup>ème</sup> élève faisant partie de l'effectif cumulé 22, de la classe [80 ; 100[.

Schéma du problème, pour trouver la médiane.





FOAD-SPIRIT



## Statistique : étendue, quartile, moyenne et rappel médiane

### L'étendue

Cet indicateur donne des informations sur la dispersion d'une série statistique. L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série : c'est l'indicateur de dispersion de la série. Exemple : Quelle est l'étendue de la série suivante : 2 ; 1 ; 5 ; 2 ; 0 ; 20

On commence par écrire les termes de la série dans l'ordre croissant : 0 ; 1 ; 2 ; 2 ; 5 ; 20  
=> L'étendue est donc : 20 - 0 = 20.

### Quartiles

Ce sont des paramètres de position utilisés dans l'étude d'une série statistique.

Soit une série dont les termes sont ordonnés dans l'ordre croissant :

9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 17 ; 20 ; 22 ; 23 ; 25 ; 27 ; 30 ; 32 ; 35 ; 36 ; 40 ; 42 ; 46 ; 50. La série compte 18 termes.

- Le premier quartile représente la plus petite valeur  $Q_1$  telle qu'au moins un quart des valeurs (25%) de la série sont inférieures ou égales à  $Q_1$ .  
Concrètement,  $Q_1 = 1/4 \times n$  (n représente le nombre de termes de la série). Quand le calcul de la position du quartile donne un nombre à virgule, on prend le nombre entier suivant.  
Pour obtenir le rang de  $Q_1$ , on calcule  $1/4 \times 18 = 4,5$ . => l'entier juste après 4,5 est 5.  
Par conséquent,  $Q_1$  est le 5<sup>ème</sup> terme de la série : 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 17 ; 20 ; 22 ; 23 ; 25 ; 27 ; 30 ; 32 ; 35 ; 36 ; 40 ; 42 ; 46 ; 50 =>  $Q_1 = 17$ . Cela signifie qu'au moins un quart des termes de cette série est au plus 17.
- Le troisième quartile représente la plus petite valeur  $Q_3$  telle qu'au moins trois quarts des valeurs (75%) de la série sont inférieures ou égales à  $Q_3$ .  
Concrètement,  $Q_3 = 3/4 \times n$  (n représente le nombre de termes de la série). Quand le calcul de la position du quartile donne un nombre à virgule, on prend le nombre entier suivant.  
Pour obtenir le rang de  $Q_3$ , on calcule  $3/4 \times 18 = 13,5$ . => l'entier juste après 13,5 est 14.  
Par conséquent,  $Q_3$  est le 14<sup>ème</sup> terme de la série : 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 17 ; 20 ; 22 ; 23 ; 25 ; 27 ; 30 ; 32 ; 35 ; 36 ; 40 ; 42 ; 46 ; 50 =>  $Q_3 = 36$ . Cela signifie qu'au moins trois quarts des termes de cette série est au plus 36.

### Moyenne

Pour calculer la moyenne d'une série statistique, notée  $\bar{x}$ , on divise la somme de toutes les valeurs par l'effectif total.

$$\bar{x} = \frac{\text{somme de toutes les valeurs de la série}}{\text{nombre de termes de la série (effectif total)}}$$

Exemple : soit une série comportant 5 termes : 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 17

$$\bar{x} = \frac{9 + 11 + 12 + 15 + 17}{5} = 12,8.$$

### Rappel sur la médiane

La médiane, notée  $Me$ , est la valeur qui partage une série statistique (dont les valeurs sont rangées en ordre croissant) en deux parties de même effectif.

On dit que la médiane est un indicateur de position de la série.

Ce paramètre est utile pour donner la répartition du caractère étudié, car 50 % environ de la population étudiée a une modalité inférieure à la médiane et 50 % une modalité supérieure à la médiane.

1- Si le nombre de valeurs est impair : dans ce cas,  $Me$  est égale au terme "du milieu"

2- Si le nombre de valeurs est pair : dans ce cas, la médiane  $Me$  est égale à la demi-somme des deux termes "du milieu".

3- Si la variable est continue (regroupement par intervalle des résultats) le calcul de la médiane se fait autrement : la médiane se trouve dans un intervalle (appelée classe médiane) et on la détermine par interpolation linéaire ou par graphique.

### Le saviez-vous ?

On peut obtenir la valeur de la médiane en traçant sur le même graphique les deux courbes des effectifs ou des fréquences cumulées croissantes et décroissantes. Le point d'intersection a pour ordonnée  $F_i = 50\%$  et pour abscisse la valeur de la médiane.





FOAD-SPIRIT

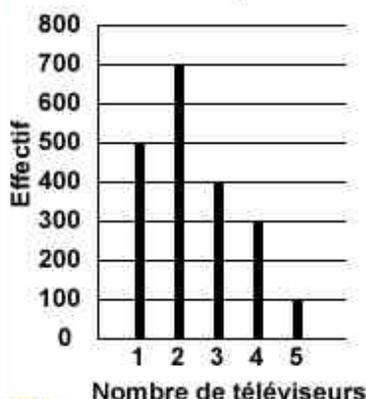


Statistique :  
étendue, quartile, moyenne et  
rappel médiane

EXERCICES

### 1 Vous regardez trop la télé

Une enquête a été menée récemment par le ministère de la communication afin d'évaluer le taux d'équipement télévisuel des familles françaises ayant 3 enfants. Le diagramme suivant a été dressé à l'issue de cette enquête.



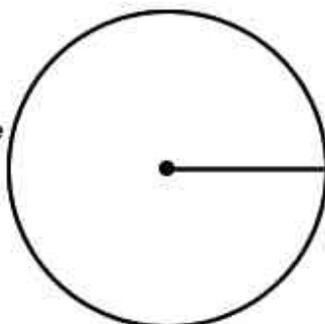
- . Quel est l'effectif total de cette série ?
- . Quelle est l'étendue de la série ?
- . Détermine la médiane de cette série et donnes-en une interprétation.
- . Quels sont les 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quartile de cette série ?

### 2 Le panier moyen d'une famille se répartit ainsi :

Type de produit	Fréquence	Angle
Légumes et fruits	32%	.....
Produits laitiers	15%	.....
Viande	8%	.....
Poisson	5%	.....
Sucrierie	30%	.....
Divers	10%	.....
Total	100%	.....

1. Complète le tableau en arrondissant au degré.

2. Représente le diagramme circulaire de cette série statistique.



### 3 Vive les enfants !

On dispose des données suivantes, concernant l'argent de poche donné par famille et par enfant par mois.

Argent de poche(€)	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[
Centre de la classe	15	25	35	45
Effectifs	7	13	15	2
Effectifs cumulés	.....			

1. Complète la ligne des effectifs cumulés
2. Calcule l'étendue de cette série
3. Détermine la moyenne de cette série au dixième
4. Détermine la valeur exacte de la médiane de cette série



FOAD-SPIRIT

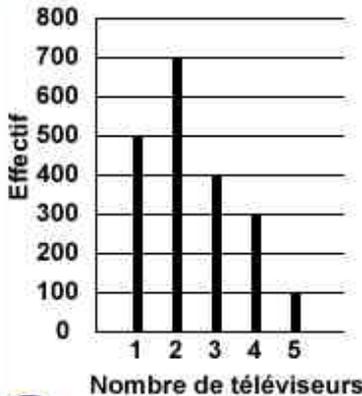


Statistique :  
étendue, quartile, moyenne et  
rappel médiane

CORRIGES

### 1 Vous regardez trop la télé

Une enquête a été menée récemment par le ministère de la communication afin d'évaluer le taux d'équipement télévisuel des familles françaises ayant 3 enfants. Le diagramme suivant a été dressé à l'issue de cette enquête.



. Quel est l'effectif total de cette série ?

Effectif total = 500 + 700 + 400 + 300 + 100 = 2 000 familles.

. Quelle est l'étendue de la série ?

L'étendue = 5 - 1 = 4 téléviseur.

. Détermine la médiane de cette série et donnes-en une interprétation. La médiane est égale au nombre moyen de téléviseur des 1 000<sup>ème</sup> et 1 001<sup>ème</sup> famille, soit  $Me = 3$  téléviseurs. Interprétation : La moitié des familles ont 1 à 2 téléviseurs ou moins et l'autre moitié a 2 à 5 téléviseurs.

. Quels sont les 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quartile de cette série ?

. Le rang de  $Q_1 = 2\ 000 / 4 = 500^{\text{ème}}$  famille.  $Q_1$  = le nombre de téléviseurs de la 500<sup>ème</sup> famille, soit 1.  $Q_1 = 1$  téléviseur.

. Le rang de  $Q_3 = 2\ 000 \times 3 / 4 = 1\ 500^{\text{ème}}$  famille.  $Q_3$  = le nombre de téléviseurs de la 1 500<sup>ème</sup> famille, soit 3.  $Q_3 = 3$  téléviseurs.

### 2 Le panier moyen d'une famille se répartit ainsi :

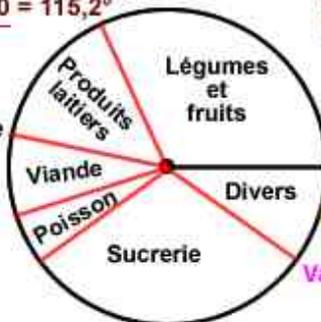
Type de produit	Fréquence	Angle
Légumes et fruits	32%	115°
Produits laitiers	15%	54°
Viande	8%	29°
Poisson	5%	18°
Sucrierie	30%	108°
Divers	10%	36°
Total	100%	360°

1. Complète le tableau en arrondissant au degré.

Formule =  $\frac{\text{fréquence} \times 360}{100}$

Exemple :  $\frac{32 \times 360}{100} = 115,2^\circ$

2. Représente le diagramme circulaire de cette série statistique.



### 3 Vive les enfants !

On dispose des données suivantes, concernant l'argent de poche donné par famille et par enfant par mois.

Argent de poche(€)	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[
Centre de la classe	15	25	35	45
Effectifs	7	13	15	2
Effectifs cumulés	7	20	35	37

1. Complète la ligne des effectifs cumulés

2. Calcule l'étendue de cette série

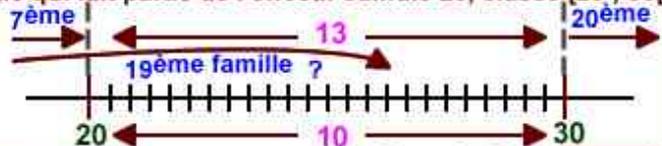
L'étendue = 50 - 10 = 40 €

3. Détermine la moyenne de cette série au dixième

$$\bar{x} = \frac{7 \times 15 + 13 \times 25 + 15 \times 35 + 2 \times 45}{37} = \frac{1\ 045}{37} = 28,2 \text{ €}$$

4. Détermine la valeur exacte de la médiane de cette série

La médiane est l'argent de poche donné par la 19<sup>ème</sup> famille qui fait partie de l'effectif cumulé 20, classe [20 ; 30[.



Règle de trois => Médiane = 20 +  $\frac{10}{13} \times (19 - 7) = 29,23 \text{ €}$

Borne inférieure de la classe

Valeur d'un sous intervalle de la classe

Nombre de sous intervalles qui séparent la « 7<sup>ème</sup> personne » et la « 19<sup>ème</sup> »