Je révise...

Bonnes vacances

Foad-spirit

Maths

Les propriétés essentielles de géométrie plane

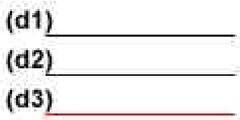
+ illustration de chaque propriété...

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

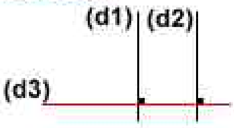
Les droites

D1 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième droites alors elles sont parallèles entre elles.



Si (d1)//(d3) et (d2)//(d3) alors (d1)//(d2)

D2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.



Si (d1)⊥(d3) et (d2)⊥(d3) alors (d1)//(d2)

D3 : Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Si (d1) // (d2) et (d1)⊥(d3) alors (d2)⊥(d3)

D4 : Si AC + CB = AB alors A,B et C sont alignés.

AC + CB = AB
AC = 2
CB = 3
AB = 5

D5 : Si (AB) et (AC) sont parallèles alors les points A, B et C sont alignés.

(AB)//(AC)
(AB) et (AC) sont confondues

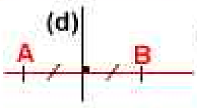
Parallèles, perpendiculaires, les droites partent dans tous les sens !

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les médiatrices

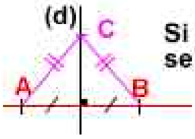
M1 : Si une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu alors c'est la médiatrice de ce segment.



(d) est la médiatrice de [AB].

M2 : Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et passe par son milieu.

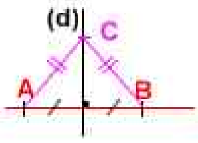
M3 : Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémité de ce segment.



Si (d) est médiatrice de [AB] alors le point C se situe à égal distance de A et B.

M4 : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice de ce segment.

M5 : Si une droite passe par deux points équidistants des extrémités d'un segment alors c'est la médiatrice de ce segment.



M6 : Si une droite passe par un point équidistant des extrémités d'un segment et est perpendiculaire à ce segment alors c'est la médiatrice de ce segment.

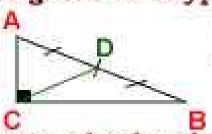
Les médiatrices, c'est une affaire de milieux perpendiculaires !

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

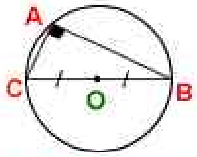
Les triangles

T1 : Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



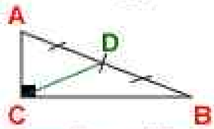
(CD) médiane issue de l'angle droit.
CD = AB/2.

T2 : Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circonscrit au triangle est le milieu de l'hypoténuse.



O est le centre du cercle circoncrit au triangle ABC.
Le point O se situe à la moitié de la longueur de l'hypoténuse [CB].

T3 : Si dans un triangle la longueur de la médiatrice issue d'un sommet est égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le triangle est rectangle en ce sommet.



Si (CD) médiane issue d'un sommet C du triangle et CD = AB/2 alors le triangle ABC est rectangle en C.

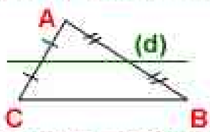
T4 : Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au 3e côté du triangle.

(d) passe par le milieu de [AC] et [AB] donc (d) // (CB).

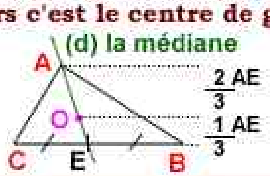
T5 : Si un segment joit les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du 3e côté du triangle.

DE = CB / 2.

T6 : Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un 2e côté alors cette droite passe par le milieu du 3e côté du triangle.



T7 : Si un point est situé sur la médiane d'un triangle et qu'il est situé aux 2/3 par rapport au sommet alors c'est le centre de gravité du triangle.



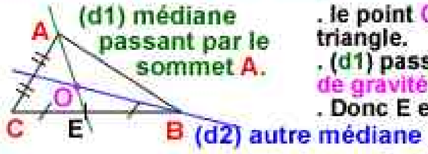
. Le centre de gravité O se trouve sur (d) à 2/3 de AE en partant du sommet A.
ou bien
. Le centre de gravité O se trouve sur (d) à 1/3 de AE en partant du milieu de [CB], c'est-à-dire le point E.

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

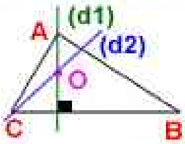
Les triangles

T8 : Si une droite passe par un sommet et par le centre de gravité d'un triangle (point de concours de deux médianes) alors elle coupe le côté opposé à ce sommet en son milieu.



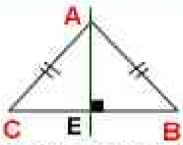
. le point O est le centre de gravité du triangle.
. (d1) passe par le sommet A et le centre de gravité du triangle noté O.
. Donc E est le milieu du segment [CD].

T9 : Si une droite passe par un sommet et par l'orthocentre d'un triangle (point de concours de deux hauteurs) alors elle est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



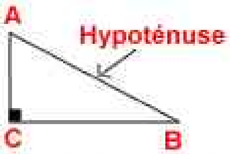
. le point O est l'orthocentre du triangle.
. (d1) passant par le sommet A et l'orthocentre du triangle noté O.
. Donc (d1) ⊥ (CB)

T10 : Si un triangle est isocèle alors la hauteur (respectivement médiane) issue du sommet principal est aussi un médiane (respectivement hauteur) et une médiatrice.



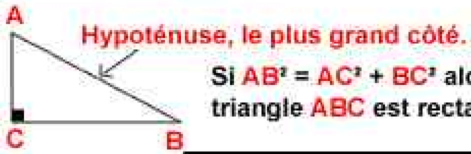
. (AE) = hauteur issue du sommet A.
. (AE) = médiane issue du sommet A.
. et (AE) médiatrice de [CB] issue du sommet A.

T11 : Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.



Triangle ABC rectangle en C.
$AB^2 = AC^2 + BC^2$
$\widehat{ACB} = 90°$.

T12 : Si dans un triangle le carré de la longueur d'un côté (le plus grand) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle. (Réciproque du théorème de Pythagore).



Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en C.

Pour ne pas se perdre dans le triangle des Bermudes, il faut en connaître les propriétés !

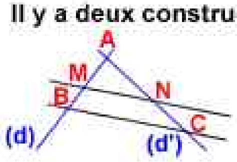
FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les triangles

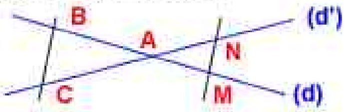
T13 : Soit (d) et (d') deux droites sécantes en A. Soit B et M deux points de (d) distincts de A. Soit C et N deux points de (d') distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors AM/AB = AN/AC = MN/BC.

Il y a deux constructions correspondant à ce théorème :



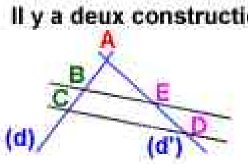
(MN) // (BC)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



T14 : Si (d) et (d') sont deux droites sécantes en A, si B et C sont deux points de (d) et E et D deux points de (d'), si AB/AC = AE/AD et enfin si les points A, B, C et A, E, D sont alignés dans le même ordre, alors les droites (BE) et (CD) sont parallèles.

Il y a deux constructions correspondant à la réciproque de ce théorème :



$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

(BE) // (CD) ?

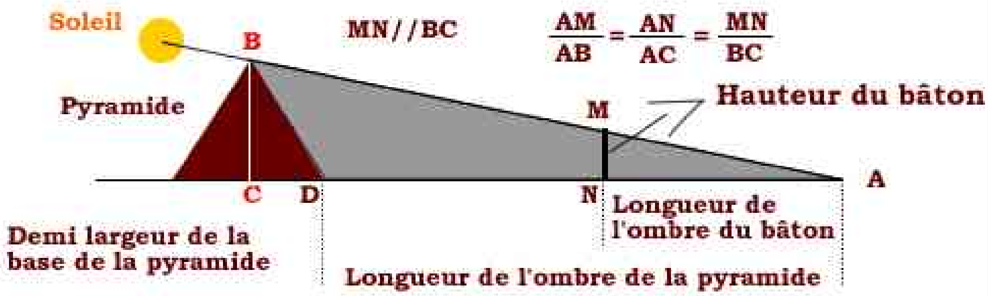
La légende raconte que Thalès de Milet (environ 626-547 av J.-C.) avait été invité par le roi Amasis qui avait été averti de ses grandes connaissances.

Le roi déclarait ne pas connaître la hauteur des fantastiques pyramides déjà presque bimillénaires.

Thalès planta sa canne dans le sable verticalement et dit au roi : "l'ombre de ma canne est exactement égale à sa hauteur. Faites mesurer son ombre vous aurez sa hauteur !".

MN//BC

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Si CD = 100 m ; DN = 180 m ; AN = 4 m ; MN = 2 m alors la hauteur de la pyramide est :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow BC = \frac{MN \times AC}{AN} = \frac{2 \times (4 + 180 + 100)}{4} = 142 \text{ m}$$

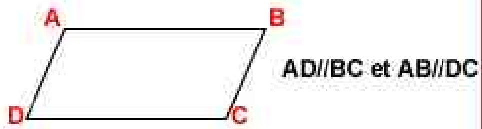
FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les parallélogrammes

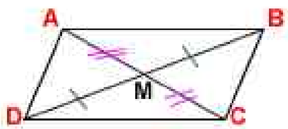
P1 : Si un quadrilatère a ses deux côtés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.

P2 : si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés sont parallèles deux à deux.

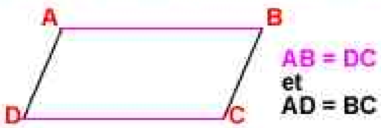


P3 : si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

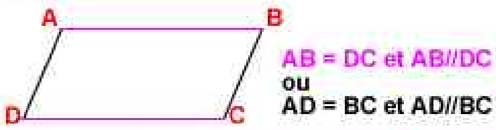
P4 : si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales ont le même milieu.



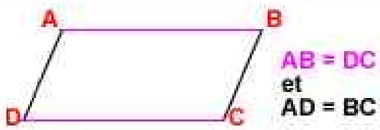
P5 : si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même longueur.



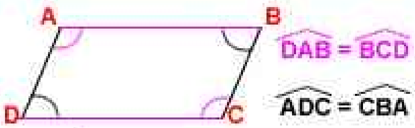
P6 : si un quadrilatère (non croisé) a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.



P7 : si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés égaux deux à deux, alors c'est un parallélogramme.



P8 : Les angles opposés d'un parallélogramme ont même mesure.



Question du jour...

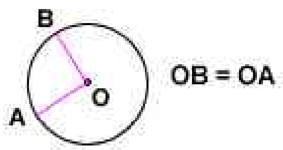
Est-ce que c'est lourd un parallélogramme ?

FOAD-SPIRIT

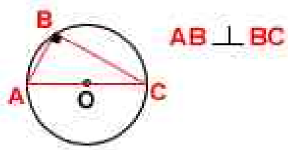
Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les cercles

Cercle 1 : si deux points sont sur un cercle alors le centre de ce cercle est équidistant de ces deux points.



Cercle 2 : si dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre, et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.



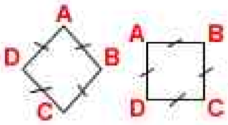
Avec les cercles, il faut éviter de tourner en rond !

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

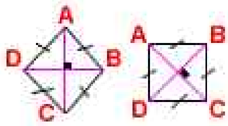
Les losanges

L1 : Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.



AB=BC=CD=DA

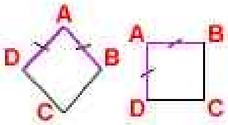
L2 : si un quadrilatère a des diagonales qui ont même milieu et qui sont perpendiculaire alors c'est un losange.



AC ⊥ DB

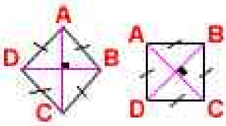
L3 : si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.

L4 : Si un quadrilatère est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.



DA=AB **et parallélogramme alors losange.**

L5 : si un quadrilatère est un parallélogramme qui a des diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.



AC ⊥ DB **et parallélogramme alors losange.**

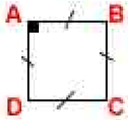
Il a une bonne tête ce losange, on dirait un cerf-volant !

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les carrés

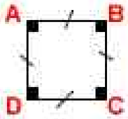
C1 : si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur (est un losange) et un angle droit alors c'est un carré.



DA ⊥ AB

Si un quadrilatère a 4 côtés égaux et un angle droit alors c'est un carré.

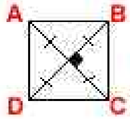
C2 : si un quadrilatère est un carré alors il a quatre côtés de même longueur, quatre angles droits et ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.



AB // DC
et
AD // BC

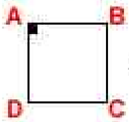
C3 : si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu, sont perpendiculaires et sont de même longueur alors ce quadrilatère est un carré.

C4 : si un quadrilatère est un carré alors i a des diagonales qui ont le même milieu, sont perpendiculaires et sont de même longueur.



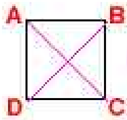
AC = BD

C5 : si un quadrilatère est un losange qui a un angle droit alors c'est un carré.



Losange et un angle droit = carré

C6 : si un quadrilatère est un losange qui a deux diagonales de même longueur alors c'est un carré.



AC = BD et Losange = carré

Un carré c'est comme un losange en plus carré !

FOAD-SPIRIT

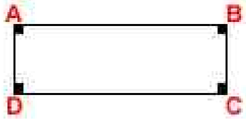
Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les rectangles

R1 : Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle.

Si $DA \perp AB$ et $AB \perp BC$ et $BC \perp CD$
alors ce quadrilatère est un rectangle.

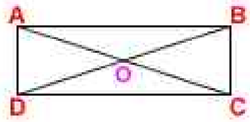
R2 : Si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux et ses quatre angles sont droits.



$DA \perp AB$ et $AB \perp BC$ et $BC \perp CD$ et $CD \perp DA$
$AB = DC$ et $AD = BC$.

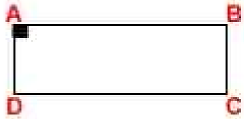
R3 : si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et sont de même longueur alors c'est un rectangle.

R4 : si une quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont le même milieu et sont de même longueur.



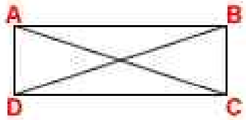
$AC = BD$

R5 : si un quadrilatère est un parallélogramme qui a un angle droit alors c'est un rectangle.



$DA \perp AB$ **et parallélogramme = rectangle**

R6 : si un quadrilatère est un parallélogramme qui a des diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.



$AC = BD$ **et parallélogramme = rectangle**

Un rectangle, c'est juste un carré un peu plus long !

FOAD-SPIRIT

Les propriétés essentielles de géométrie plane.

Les angles

A1 : dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.

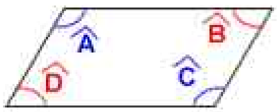
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$.

A2 : si un triangle est isocèle alors il a deux angles de même mesure.

A3 : si un triangle a deux angles de même mesure alors il est isocèle.

$\hat{B} = \hat{C}$

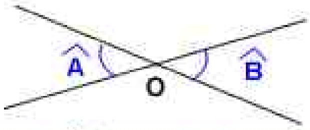
A4 : si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont même mesure et ses angles consécutifs sont supplémentaires (somme des angles qui fait 180°).



$\hat{A} = \hat{C}$
$\hat{B} = \hat{D}$

et $\hat{A} + \hat{B} = 180°$
et $\hat{B} + \hat{C} = 180°$
et $\hat{C} + \hat{D} = 180°$
et $\hat{D} + \hat{A} = 180°$

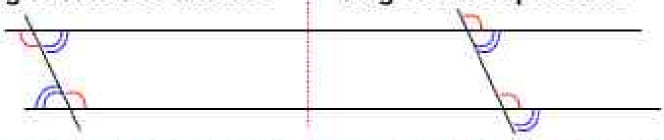
A5 : deux angles opposés par le sommet ont même mesure.



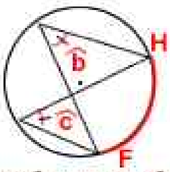
$\hat{A} = \hat{B}$

A6 : deux angles alternes – internes ou correspondants, définis à partir de droites parallèles, ont même mesure.

Angles Alternes-internes | Angles correspondants

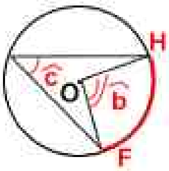


A7 : si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc alors ils sont égaux



$\hat{c} = \hat{b}$, car ils interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{HF}$.

A8 : si dans un cercle un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc de cercle alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de l'angle inscrit.



$\hat{b} = 2 \times \hat{c}$ car l'angle au centre ($\hat{b}$) et l'angle inscrit ($\hat{c}$) interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{HF}$.

Ouf !