



FOAD-SPIRIT

Expressions littérales
et identités remarquables

Supprimer les parenthèses

La multiplication est distributive par rapport à l'addition : $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$

- . $4(a + b) = 4a + 4b$
- . $-4(a + b) = (-4)a + (-4)b = -2a - 3b$
- . $3(a - b) = 3(a + (-)b) = 3a + 3(-b) = 3a - 3b$
- . $-(a + b) = (-1)a + (-1)b = -a - b$
- . $-(a - b) = -(a + (-b)) = (-1)a + (-1)(-b) = -a + b$

Développer et réduire une expression

Cela consiste à supprimer les parenthèses et à simplifier l'écriture de l'expression en réduisant ses termes semblables.

Pour réduire (simplifier) l'écriture, on regroupe ensemble les termes de même nature, pour en éliminer quelques uns, pour la présenter plus simplement ou pour effectuer plus facilement les calculs.

Développer et réduire :

- . $A = 6(3x - 3) + 8(-x - 6)$
 - . On supprime les parenthèses : $A = 18x - 18 - 8x - 48$
 - . On regroupe les termes de même nature : $A = 18x - 8x - 18 - 48$
 - . On réduit les termes semblables : $A = 10x - 66$
- . $B = -(x^2 + x - 3) + 2(3x - 4)$
 - . On supprime les parenthèses : $B = -x^2 - x + 3 + 6x - 8$
 - . On regroupe les termes de même nature : $B = -x^2 - x + 6x + 3 - 8$
 - . On réduit les termes semblables : $B = -x^2 + 5x - 5$ (Attention, on ne peut pas additionner des x^2 avec des x , car ils ne sont pas semblables)
- . Autres exemples de réduction ou de développement réduction :
 - . $D = 3a + 4a + 5 \Rightarrow$ on met a en facteur $\Rightarrow a(3 + 4) + 5 = 7a + 5$
 - . $E = a + 2 - 3 - a \Rightarrow$ on regroupe les termes de même nature $\Rightarrow a - a + 2 - 3 = 0 - 1 = -1$
 - . $F = 3r + 4 - 6r \times 3 \Rightarrow$ on calcule la multiplication (prioritaire) $\Rightarrow 3r + 4 - 18r \Rightarrow$ on regroupe les termes de même nature $\Rightarrow 3r - 18r + 4 = 15r + 4$
 - . $G = 4 + (6r \times 3 + 2) \Rightarrow$ on fait les calculs entre les parenthèses $\Rightarrow 4 - (18r + 2) \Rightarrow$ on supprime les parenthèses $\Rightarrow 4 + 18r + 2 \Rightarrow$ on regroupe les termes de même nature $\Rightarrow 4 + 2 + 18r = 6 + 18r$

Identités remarquables

Les identités remarquables sont 3 égalités importantes utilisées pour développer ou factoriser une expression.



Le carré d'une somme
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- . Exemple développement de $(4x + 9)^2$ de la forme $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 9$ donc, $(4x)^2 + 2 \times 4x \times 9 + 9^2 = 16x^2 + 72x + 81$
- . Exemple factorisation de $9 + 24x + 16x^2$. Il n'y a pas de facteur commun aux 3 termes de l'expression, donc on s'oriente vers les identités remarquables.
 $9 + 24x + 16x^2$ de la forme $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 3$ et $b = 4x$.
En effet, $a^2 = 3^2 = 9$; $b^2 = (4x)^2 = 16x^2$; $2ab = 2 \times 3 \times 4x = 24x$
Donc, $9 + 24x + 16x^2 = (3 + 4x)^2$

Le carré d'une différence
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- . Exemple développement de $(4x - 9)^2$ de la forme $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 9$ donc, $(4x)^2 - 2 \times 4x \times 9 + 9^2 = 16x^2 - 72x + 81$
- . Exemple factorisation de $9 - 24x + 16x^2$
Il n'y a pas de facteur commun aux 3 termes de l'expression, donc on s'oriente vers les identités remarquables.
 $9 - 24x + 16x^2$ de la forme $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3$ et $b = 4x$.
En effet, $a^2 = 3^2 = 9$; $b^2 = (4x)^2 = 16x^2$; $2ab = 2 \times 3 \times 4x = 24x$.
Donc, $9 - 24x + 16x^2 = (3 - 4x)^2$

Le produit d'une somme et de la différence
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

- . Exemple : montrer que P est un entier.
 $P = (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$
 P de la forme $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = \sqrt{7}$ et $b = \sqrt{3}$ donc, $P = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 = 7 - 3 = 4$
 $P = 4$ est donc bien un entier.



FOAD-SPIRIT



Expressions littérales et identités remarquables

EXERCICES

1 Calcule sans calculatrice

Aide : transforme-les sous la forme d'identité remarquable (a + b)². Ex : 205 = (200 + 5)².



- $11^2 =$
- $99^2 =$
- $19^2 =$

2 Complète ces égalités

- $(2x + 7)^2 = (2x)^2 + \dots + 7^2$
- $(x - \dots)^2 = x^2 + 6x + 9$
- $(3 + 2)(3 - 2) = \dots - 4$
- $2(x - \dots)^2 = 2x^2 + 4x + 2$

3 Développe et réduis

- $(4a + 2)(4a - 2) - 4a(a - 1) =$
- $(1 - x)^2 + (2x + 7)^2 =$
- $(2x + 1)(2x - 1) - (2x - 1)^2 =$

4 Vrai ou faux ?

Vrai Faux

- $(3x + 3)^2 = 9x^2 + 9x + 9$
- $(x - 9)^2 = (9 - x)^2$
- $(x + 12)^2 = x^2 + 144$
- $(x - 8)^2 = x^2 - 16x - 64$
- $(4x - 8)(4x + 8) = 64 - 16x^2$

5 Montre que $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$



FOAD-SPIRIT

Expressions littérales
et identités remarquables

CORRIGES

1 Calcule sans calculatrice

Aide : transforme-les sous la forme d'identité remarquable $(a + b)^2$. Ex : $205 = (200 + 5)^2$.

- $11^2 = (10 + 1)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 1 + 1^2 = 100 + 20 + 1 = 121$
- $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$
- $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2 = 400 - 20 + 1 = 381$



2 Complète ces égalités

- $(2x + 7)^2 = (2x)^2 + 28x + 7^2$
- $(3 + 2)(3 - 2) = 9 - 4$
- $(x - 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
- $2(x - 1)^2 = 2x^2 + 4x + 2$
- $2(x - 1)^2 = 2(x^2 + 2x + 1) = 2x^2 + 4x + 2$

3 Développe et réduis

- $(4a + 2)(4a - 2) - 4a(a - 1) = 16a^2 - 4 - 4a^2 + 4a = 12a^2 + 4a - 4$
- $(1 - x)^2 + (2x + 7)^2 = 1 - 2x + x^2 + (2x)^2 + 28x + 7^2 = 3x^2 + 26x + 50$
- $(2x + 1)(2x - 1) - (2x - 1)^2 = 4x^2 - 1 - (4x^2 - 4x + 1) = 4x - 2$

4 Vrai ou faux ?

- | | Vrai | Faux |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| • $(3x + 3)^2 = 9x^2 + 9x + 9$ | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| • $(3x + 3)^2 = 9x^2 + 18x + 9$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| • $(x + 12)^2 = x^2 + 144$ | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| • $(x + 12)^2 = x^2 + 24x + 144$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| • $(x - 8)^2 = x^2 - 16x - 64$ | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| • $(x - 8)^2 = x^2 - 16x + 64$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| • $(4x - 8)(4x + 8) = 64 - 16x^2$ | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| • $(4x - 8)(4x + 8) = 16x^2 - 64$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

5 Montre que $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$

- On développe $(x + 1)^2 - x^2$:
- $x^2 + 2x + 1 - x^2$
- On réduit :
- $x^2 - x^2 + 2x + 1 = 2x + 1$
- On conclut :
- $x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$