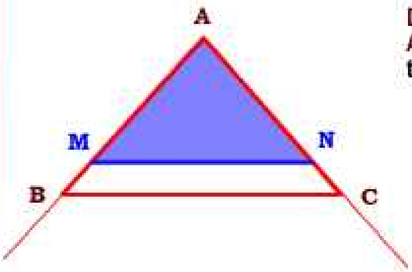
FOAD-SPIRIT

Théorème de Thalès : triangle et droites parallèles

Propriété de Thalès

Les parallèles à l'un des côtés d'un triangle détermine avec les deux autres côtés un nouveau triangle. Les côtés du nouveau triangle ainsi formé sont proportionnels aux côtés du premier.

Ainsi, les côtés des triangles AMN et ABC sont proportionnels. On dit que AMN est une réduction de ABC ou que ABC est un agrandissement de AMN.



Dans la figure ci-contre, la parallèle (MN) au côté [BC] du triangle ABC détermine avec les côtés [AB] et [AC] un nouveau triangle AMN tel que :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

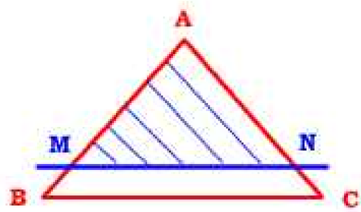
Attention, n'écrivez pas

$\cancel{\frac{AM}{AC}}$ ou $\cancel{\frac{AN}{AB}}$

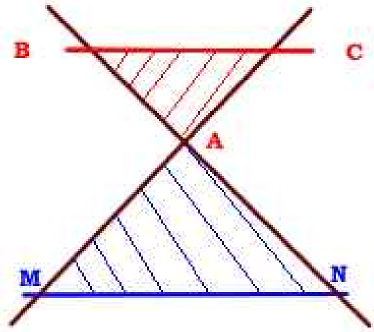
En effet, les points A, M et C ou les points A, N et B ne sont pas alignés.

Enoncé du théorème de Thalès

1. Soit deux droites sécantes en un point A (les droites (AB) et (AC).
2. Soit un point de la première droite distinct de A, et N un point de la deuxième droite distinct de A.
3. Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors on a les égalités suivantes :



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right)$$



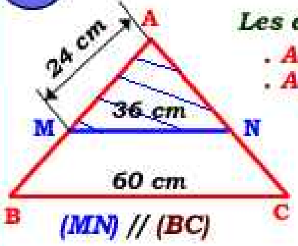
$$\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM} = \frac{BC}{MN} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right)$$

FOAD-SPIRIT

Théorème de Thalès : triangle et droites parallèles

EXERCICES

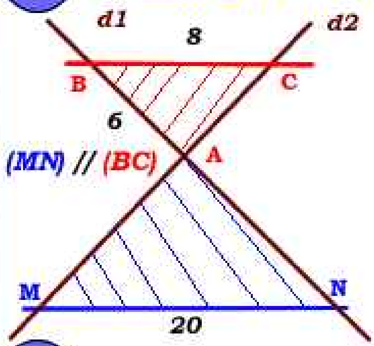
1 Calcule AB en expliquant ta démarche



Les données :

. ABC est un triangle et (MN) // (BC)
. AM = 24 cm ; MN = 36 cm et BC = 60 cm.

2 Calcule BN en expliquant ta démarche

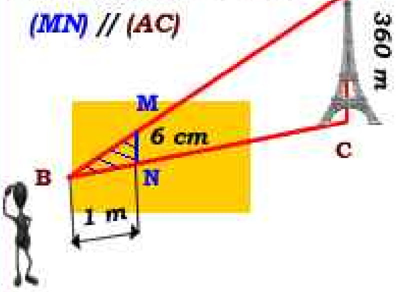


Les données :

. (MN) // (BC)
. BA = 6 cm ; BC = 8 cm ; MN = 20 cm.

3 A quelle distance est-il de la tour Eiffel ? (explique ta démarche)

Schéma du problème



Problème :

Je place ma main à 1 mètre devant moi. Avec la paume de ma main (6 cm), j'arrive à cacher la tour Eiffel qui mesure 360 mètres de haut.

Les données :

. ABC est un triangle et (MN) // (AC)
. BN = 1 m (longueur du bras) ;
MN = 0,06 m (hauteur de la main) et AC = 360 m.

FOAD-SPIRIT

Théorème de Thalès : triangle et droites parallèles

CORRIGES

1 Calcule AB en expliquant ta démarche

Les données :

. ABC est un triangle et (MN) // (BC)
. AM = 24 cm ; MN = 36 cm et BC = 60 cm.

Démonstration :

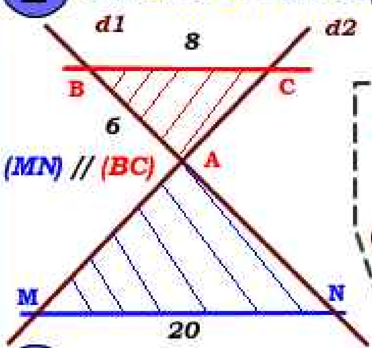
. Dans le triangle ABC, M est un point du côté [AB], N est un point du côté [AC] et [MN] est parallèle à [BC]. Par conséquent, on peut appliquer la propriété de Thalès à savoir :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right)$$

On recherche AB :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{24}{AB} = \frac{36}{60} \Rightarrow \frac{1}{AB} = \frac{36}{60\times24} \Rightarrow \frac{AB}{1} = \frac{60\times24}{36} = 40 \text{ cm}$$

2 Calcule BN en expliquant ta démarche



Les données :

. (MN) // (BC)
. BA = 6 cm ; BC = 8 cm ; MN = 20 cm.

Démonstration :

. Les droites (d1) et (d2) étant sécante en A, (BC) et (MN) étant parallèles, on peut appliquer le théorème de Thalès : $\frac{BA}{BN} = \frac{CA}{CM} = \frac{BC}{MN} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right)$

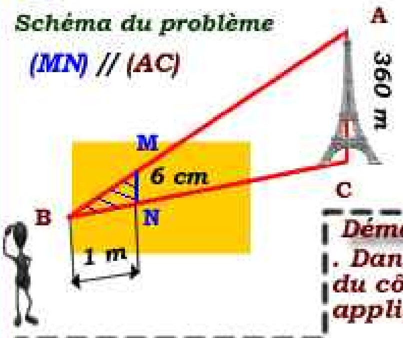
On recherche BN :

$$\frac{BA}{BN} = \frac{BC}{MN} \Rightarrow \frac{6}{BN} = \frac{8}{20} \Rightarrow BN = \frac{20\times6}{8} = 15 \text{ cm}$$

3 A quelle distance est-il de la tour Eiffel ? (explique ta démarche)

Schéma du problème

(MN) // (AC)



Problème :
Je place ma main à 1 mètre devant moi. Avec la paume de ma main (6 cm), j'arrive à cacher la tour Eiffel qui mesure 360 mètres de haut.

Les données :

. ABC est un triangle et (MN) // (AC)
. BN = 1 m (longueur du bras) ;
. MN = 0,06 m (hauteur de la main) et AC = 360 m.

Démonstration :

. Dans le triangle ABC, M est un point du côté [BA], N est un point du côté [BC] et [MN] est parallèle à [AC]. Par conséquent, on peut appliquer la propriété de Thalès à savoir : $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$

On recherche BA :

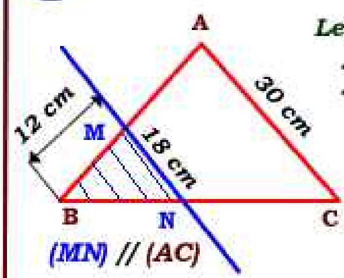
$$\frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC} \Rightarrow \frac{1}{BC} = \frac{0{,}06}{360} \Rightarrow \frac{BC}{1} = \frac{360}{0{,}06} = 6\,000 \text{ m}$$

FOAD-SPIRIT

Théorème de Thalès : triangle et droites parallèles

EXERCICES

1 Calcule BA en expliquant ta démarche



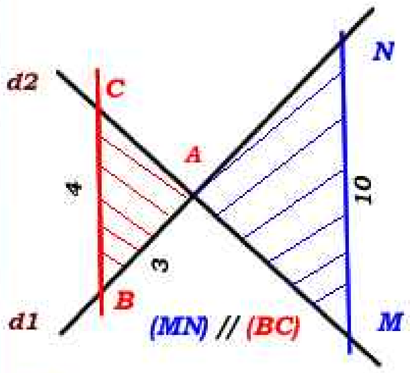
Les données :

. ABC est un triangle et (MN) // (AC)
. BM = 12 cm ; MN = 18 cm et AC = 30 cm.

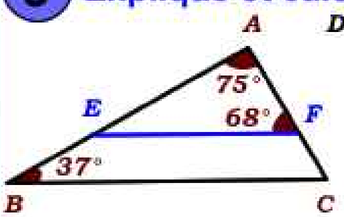
2 Calcule BN en expliquant ta démarche

Les données :

. (MN) // (BC)
. BA = 3 cm ; BC = 4 cm et MN = 10 cm.



3 Explique et calcule



Données : AF = 12 cm ; AC = 20 cm ; EF = 22 cm

1. Calcule $\widehat{FEA}$ et déduis que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

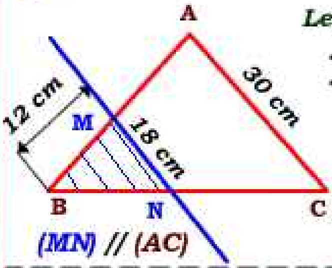
2. Calcule la longueur [BC] arrondi au dixième prés

FOAD-SPIRIT

Théorème de Thalès : triangle et droites parallèles

CORRIGES

1 Calcule BA en expliquant ta démarche



Les données :

. ABC est un triangle et (MN) // (AC)
. BM = 12 cm ; MN = 18 cm et AC = 30 cm.

Démonstration :

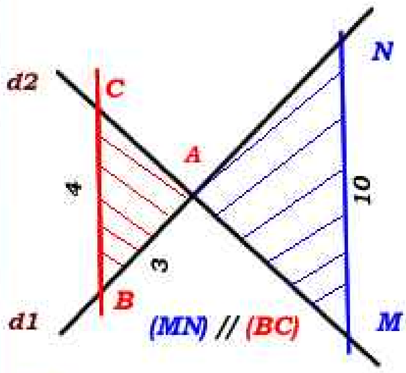
. Dans le triangle ABC, M est un point du côté [BA], N est un point du côté [BC] et [MN] est parallèle à [AC]. Par conséquent, on peut appliquer la propriété de Thalès à savoir :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right)$$

On recherche BA :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC} \Rightarrow \frac{12}{BA} = \frac{18}{30} \Rightarrow \frac{1}{BA} = \frac{18}{30 \times 12} \Rightarrow \frac{BA}{1} = \frac{30 \times 12}{18} = 20 \text{ cm}$$

2 Calcule BN en expliquant ta démarche



Les données :

. (MN) // (BC)
. BA = 3 cm ; BC = 4 cm et MN = 10 cm.

Démonstration :

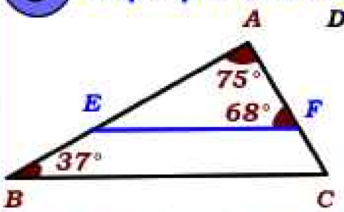
. Les droites (d1) et (d2) étant sécante en A, (BC) et (MN) étant parallèles, on peut appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{BA}{BN} = \frac{CA}{CM} = \frac{BC}{MN} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right)$$

On recherche BN :

$$\frac{BA}{BN} = \frac{BC}{MN} \Rightarrow \frac{3}{BN} = \frac{4}{10} \Rightarrow BN = \frac{10 \times 3}{4} = 7{,}5 \text{ cm}$$

3 Explique et calcule



Données : AF = 12 cm ; AC = 20 cm ; EF = 22 cm

1. Calcule $\widehat{FEA}$ et déduis que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

. Dans le triangle AEF, $\widehat{FEA}$ = 180 - 75 - 68 = 37°. Les angles FEA et CBA sont correspondants et de même mesure. Donc les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

2. Calcule la longueur [BC] arrondi au dixième prés

. Dans le triangle ABC, E est un point du côté [AB], F est un point du côté [AC] et [EF] // BC]. D'après la propriété de Thalès :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \quad \left(\frac{\text{petit triangle}}{\text{grand triangle}}\right) \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow BC = \frac{EF \times AC}{AF} = \frac{22 \times 20}{12} = 36{,}7 \text{ cm}$$