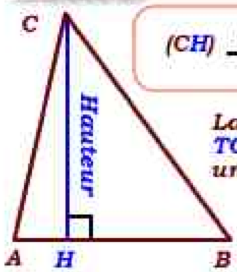
MATHS

FOAD-SPIRIT

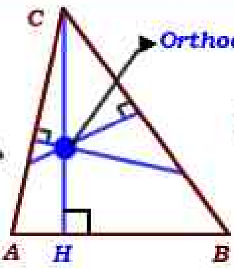
Triangles : points et droites remarquables

Hauteur



$(CH) \perp (AB)$

La hauteur passe ***TOUJOURS*** *par un sommet.*

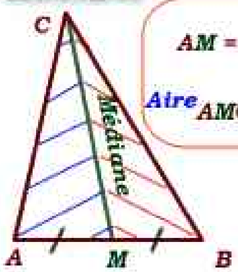


Rappel : la somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°

INFO : Trois droites remarquables passent toujours par un sommet. Trouvez lesquelles...

*Les trois hauteurs et leur point de rencontre est l'****orthocentre*** *du triangle.*

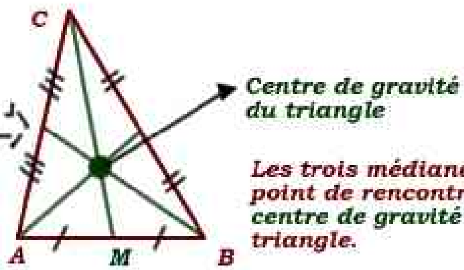
Médiane



$AM = MB$

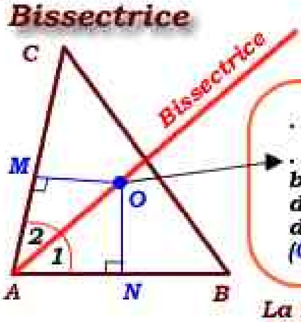
$Aire_{AMC} = Aire_{BMC} = 1/2\ Aire_{ABC}$

La médiane passe ***TOUJOURS*** *par un sommet.*



Les trois médianes et leur point de rencontre est le centre de gravité du triangle.

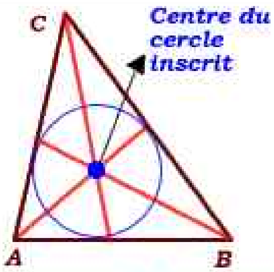
Bissectrice



. $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$

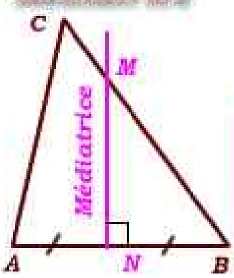
. Chaque point de la bissectrice est à égale distance des deux côtés de l'angle $OM = ON$ et $(OM) \perp (CA)$ et $(ON) \perp (AB)$

La bissectrice passe ***TOUJOURS*** *par un sommet.*



Les trois bissectrices et leur point de rencontre est le ***centre du cercle inscrit*** *dans le triangle.*

Médiatrice

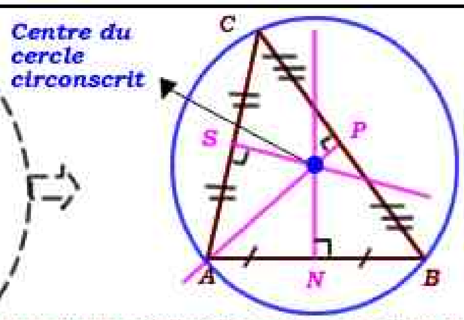


$(MN) \perp (AB)$

+

. $AN = NB$

. Chaque point de la médiatrice du côté [AB] est équidistant des sommets A et B du triangle ABC



Les trois médiatrices et leur point de rencontre est le ***centre du cercle circonscrit*** *au triangle.*

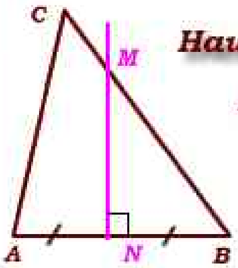
MATHS

FOAD-SPIRIT

Triangles : points et droites remarquables

EXERCICES

1 Je ne passe pas toujours par le sommet d'un triangle... Entoure-moi.



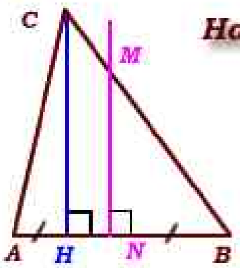
Hauteur

Médiane

Médiatrice

Bissectrice

2 Entoure le nom des droites remarquables qui forment toujours un angle droit avec (AB)



Hauteur

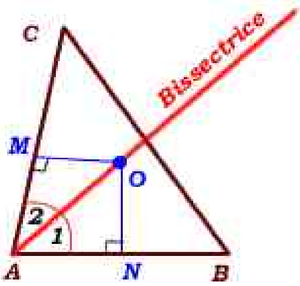
Médiane

Médiatrice

Bissectrice

3 Observe la figure et réponds

Si $\widehat{A_1} = 40°$, quelle est la valeur de $\widehat{A_2}$?



$\widehat{A_2}$ = ...

4 Qui sommes-nous ?

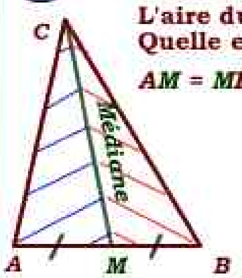
. Je suis le nom d'une droite passant par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé.

. Je suis ....

. Je suis le nom d'un point particulier formé par la rencontre des hauteurs d'un triangle.

. Je suis ....

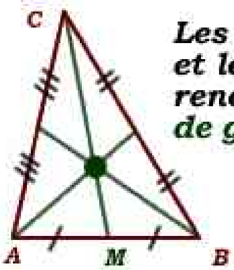
5 Observe et calcule



L'aire du triangle ABC = 100 cm².
Quelle est l'aire du triangle AMC ?
AM = MB

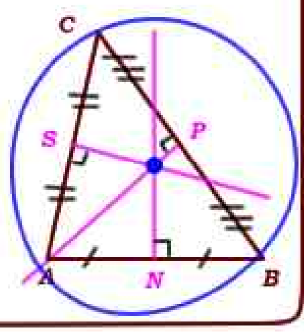
Aire $_{AMC}$ = ...

6 Complète ces phrases



Les trois ....
et leur point de rencontre est le centre de gravité du triangle.

Les trois ....
et leur point de rencontre est le centre du cercle circonscrit du triangle.

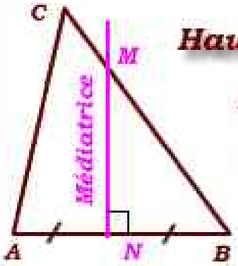


FOAD-SPIRIT

CORRIGÉS

Triangles : points et droites remarquables

1 Je ne passe pas toujours par le sommet d'un triangle... Entoure-moi.



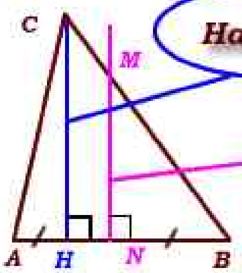
Hauteur

Médiane

Médiatrice

Bissectrice

2 Entoure le nom des droites remarquables qui forment toujours un angle droit avec (AB)



Hauteur

Médiane

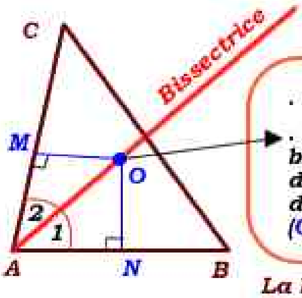
Médiatrice

Bissectrice

3 Observe la figure et réponds

Si $\widehat{A_1} = 40°$, quelle est la valeur de $\widehat{A_2}$?

$\widehat{A_2} = 40°$



. $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$

*. Chaque **point** de la bissectrice est à égale distance des deux côtés de l'angle OM = ON et (OM) ⊥ (CA) et (ON) ⊥ (AB)*

La bissectrice passe TOUJOURS par un sommet.

4 Qui sommes-nous ?

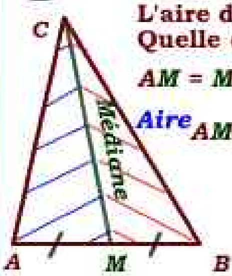
. Je suis le nom d'une droite passant par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé.

. Je suis une médiane.

. Je suis le nom d'un point particulier formé par la rencontre des hauteurs d'un triangle.

. Je suis l'orthocentre.

5 Observe et calcule



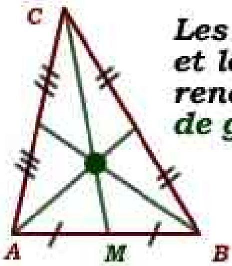
L'aire du triangle ABC = 100 cm².
Quelle est l'aire du triangle AMC ?

AM = MB

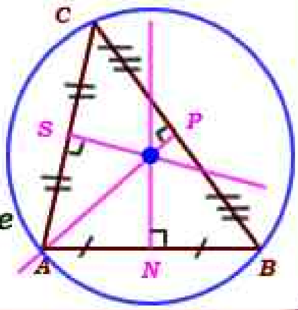
$Aire_{AMC} = Aire_{BMC} = 1/2\ Aire_{ABC}$

$Aire_{AMC} = 100/2 = 50$ cm².

6 Complète ces phrases



Les trois médianes et leur point de rencontre est le centre de gravité du triangle.



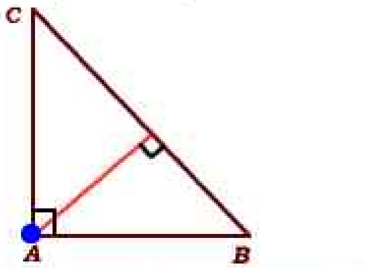
Les trois médiatrices et leur point de rencontre est le centre du cercle circonscrit du triangle.

FOAD-SPIRIT

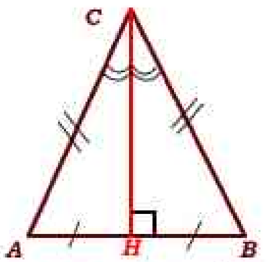
Triangles : points et droites remarquables

Cas particuliers

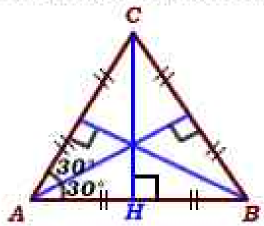
Prenons tour à tour le cas du triangle rectangle, du triangle isocèle, du triangle équilatéral, du triangle rectangle inscrit dans un cercle et un demi-cercle.



Dans un triangle rectangle en A, le sommet A est l'orthocentre du triangle.

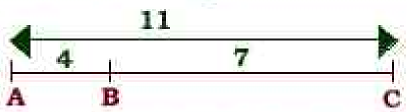


Dans un triangle isocèle, la hauteur (CH) est médiane, médiatrice, bissectrice et axe de symétrie.

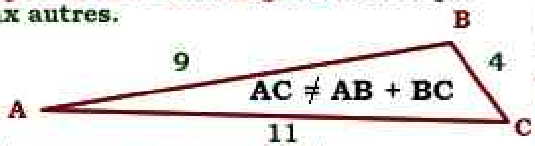


Dans un triangle équilatéral, les hauteurs, les médianes, les médiatrices et les bissectrices sont confondues.
Elles sont également axes de symétrie du triangle.

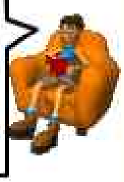
Le saviez-vous ? Pour démontrer que trois points ABC sont alignés, Il faut que l'un des côtés soit égal à la somme des deux autres.



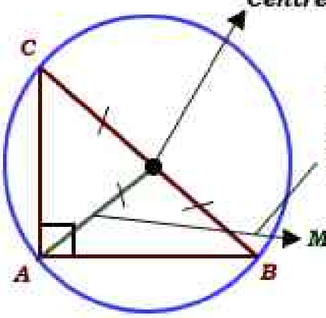
AC = AB + BC => en effet, 11 = 7 +4
Donc les points A, B etC sont alignés.



AC ≠ AB + BC => en effet, 11 ≠ 9 +4
Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.



Centre du cercle circonscrit = milieu de l'hypoténuse



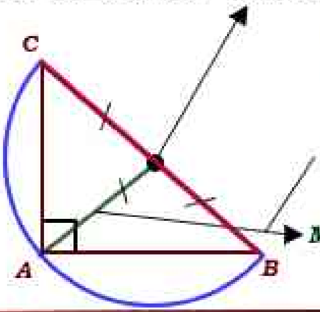
1- Si un triangle est rectangle, alors l'hypoténuse est le diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.

2- Si le triangle est rectangle, alors la médiane relative à l'hypoténuse vaut la moitié de l'hypoténuse.

Médiane = $\frac{1}{2}$ hypoténuse = rayon du cercle circonscrit.

Centre du demi-cercle = milieu de l'hypoténuse

Un triangle inscrit dans un cercle est dit "inscrit dans un demi-cercle" si un de ses côté est un diamètre.



1- Si un triangle est inscrit dans un demi-cercle, alors ce triangle est rectangle.

2- Si dans un triangle la médiane relative à un côté vaut la moitié de ce côté, alors le triangle est rectangle.

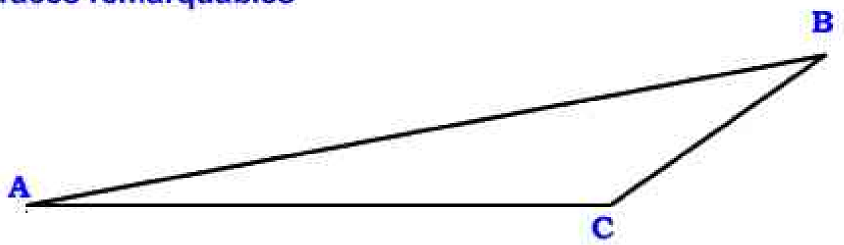
Médiane = $\frac{1}{2}$ hypoténuse = rayon du demi-cercle circonscrit.

FOAD-SPIRIT

Triangles : points et droites remarquables

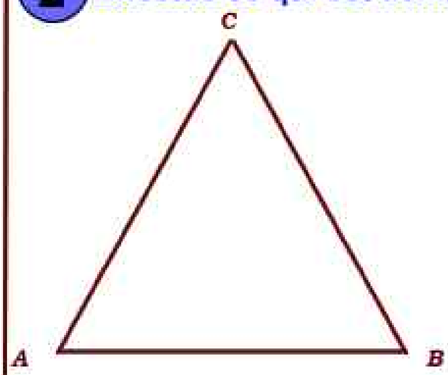
EXERCICES

1 Tracés remarquables



. Trace la hauteur issue de B du triangle ABC.
. Trace le centre de gravité de ce triangle.

2 Effectue ce qui est demandé et réponds aux questions suivantes



. Trace les hauteurs, médianes, bissectrices et médiatrices de ce triangle ABC.
. Trace le cercle circonscrit de ce triangle.
. Trace le cercle inscrit de ce triangle
. Donne les valeurs des angles :

$\widehat{A}$ = ...

$\widehat{B}$ = ...

$\widehat{C}$ = ...

$\widehat{A_1}$ = ...

$\widehat{A_2}$ = ...

. Que peut-on dire de l'orthocentre et du centre de gravité de ce triangle ?

. ...

3 Complète et relie à la nature du triangle convient

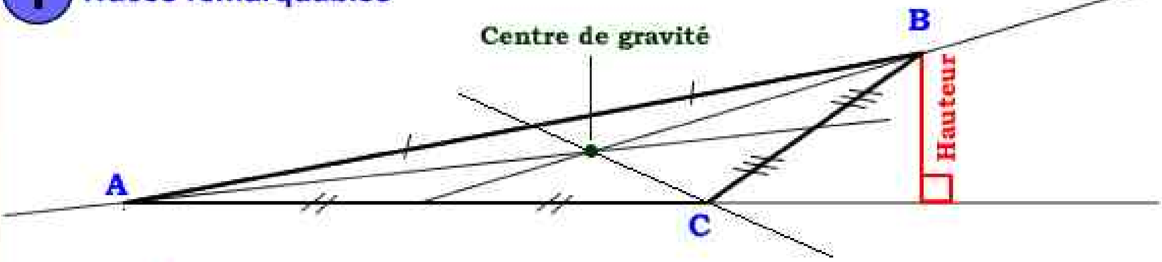
. A = 60°, B = 20°, C = ... ●	● Equilatéral
. A = 60°, B = C, C = ... ●	● Isocèle
. A = 72°, B = 54°, C = ... ●	● Quelconque
. A = ..., B= 72°, C = 18° ●	● Rectangle

FOAD-SPIRIT

Triangles : points et droites remarquables

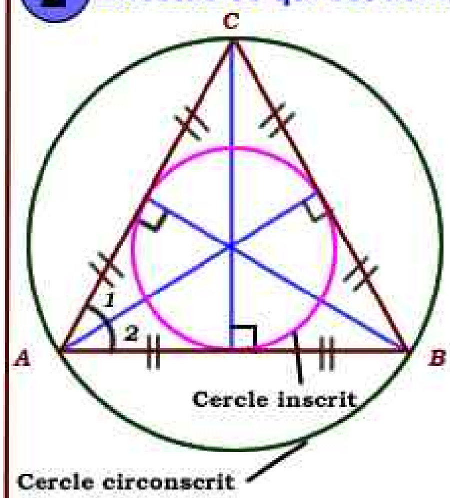
CORRIGES

1 Tracés remarquables



. Trace la hauteur issue de B du triangle ABC
. Trace le centre de gravité de ce triangle : on trace les médianes du triangle pour trouver le centre de gravité du triangle.

2 Effectue ce qui est demandé et réponds aux questions suivantes



. Trace un triangle équilatéral ABC de 9 cm de côté.
. Trace ses hauteurs, médianes, bissectrices et médiatrices.
. Trace le cercle circonscrit de ce triangle.
. Trace le cercle inscrit de ce triangle
. Donne les valeurs des angles :

$\widehat{A}$ = 60° (En effet, 180° : 3 = 60°)
$\widehat{B}$ = 60° (En effet, 180° : 3 = 60°)
$\widehat{C}$ = 60° (En effet, 180° : 3 = 60°)
$\widehat{A_1}$ = 30° (En effet, $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, donc 60°/2= 30)
$\widehat{A_2}$ = 30° (En effet, $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, donc 60°/2= 30)

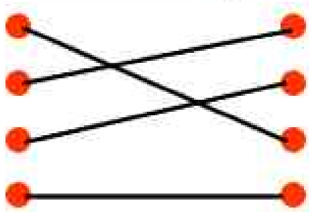
. Que peut-on dire de l'orthocentre et du centre de gravité de ce triangle ?
. L'orthocentre et le centre de gravité sont confondus.

Dans un triangle équilatéral, les hauteurs, les médianes, les médiatrices et les bissectrices sont confondues. Elles sont également axes de symétrie du triangle.

3 Complète et relie à la nature du triangle convient

Rappel : la somme des angles d'un triangle est toujours égale 180°.

. A = 60°, B = 20°, C = 100°
. A = 60°, B = C, C = 60°
. A = 72°, B = 54°, C = 54°
. A = 90°, B= 72°, C = 18°



Equilatéral 3 angles égaux
Isocèle 2 angles égaux
Quelconque
Rectangle 1 angle droit

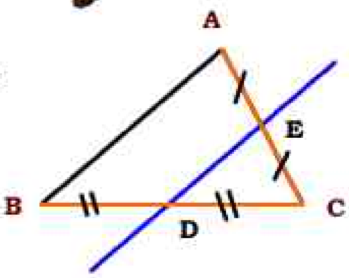
FOAD-SPIRIT

Triangles : points et droites remarquables

Trois propriétés à retenir dans un triangle.

Propriété n°1

Si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

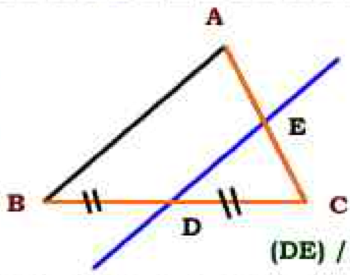


. D est le milieu de [BC]
. E est le milieu de [AC]

Par conséquent,
. (DE) est parallèle à (BA)

Propriété n°2

Si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.



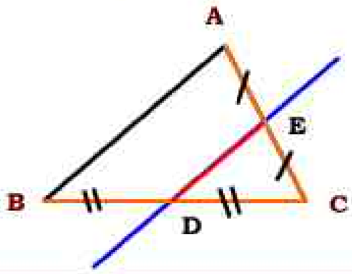
(DE) // (BA)

. D est le milieu de [BC]
. (DE) est parallèle à (BA)

Par conséquent,
. E est le milieu de [AC]

Propriété n°2

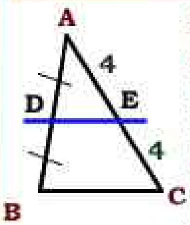
Si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est la moitié de celle du troisième côté.



. D est le milieu de [BC]
. (DE) est parallèle à (BA)

Par conséquent,
. DE = $\frac{1}{2}$ BA

Question type : (DE) // (BC) ?



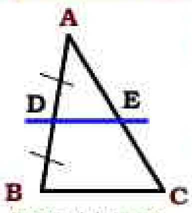
1. On considère le triangle ABC

2. D'après les indications portées sur la figure E est le milieu de [AC] et D est le milieu de [AB].

3. Or, dans un triangle si une droite passe par les milieux des deux côtés, elle est parallèle au troisième.

4. Par conséquent, la droite (DE) passant par les milieux D et E des deux côtés [AC] et [AB] est parallèle au troisième côté [BC].

Question type : E est-il le milieu de AC ?



(DE) // (BC)

1. On considère le triangle ABC

2. D'après les indications portées sur la figure D est le milieu de [AB] et (DE) parallèle à (BC)

3. Or, dans un triangle si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

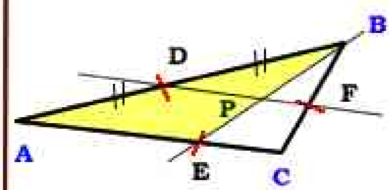
4. Par conséquent, (DE) passant par le milieu D de [AB] et est parallèle à [BC], alors E est le milieu de [AC].

FOAD-SPIRIT

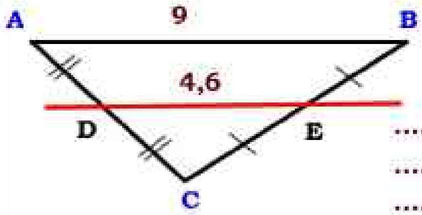
Triangles : points et droites remarquables

EXERCICES

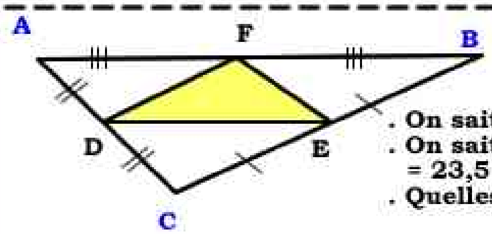
1 Réponds en démontrant



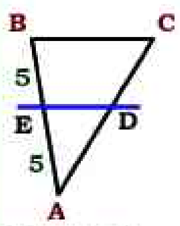
. (FD) // (AC)
. A-t-on raison de dire que si P est l'intersection des segments [DF] et [BE] alors PE = PB.



. A t-on raison de dire que la droite (DE) n'est pas parallèle au côté AB ?



. On sait que AC = 10 cm et DF = 7 cm.
. On sait aussi que le périmètre du triangle des milieux DEF = 23,5 cm.
. Quelles sont les mesures du côté [AB] et [CB] ?



(DE) // (BC)

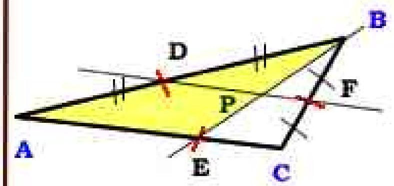
D est-il le milieu de AC ?

FOAD-SPIRIT

Triangles : points et droites remarquables

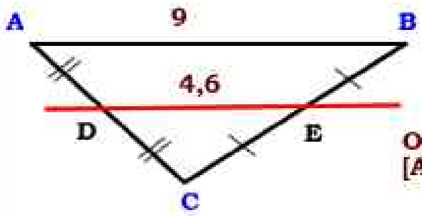
CORRIGES

1 Réponds en démontrant



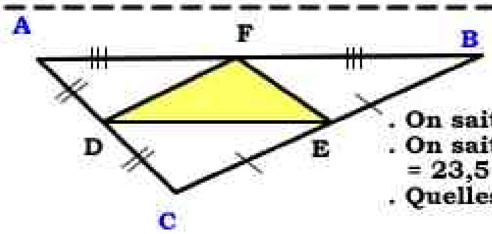
. (FD) // (AC)
. A-t-on raison de dire que si P est l'intersection des segments [DF] et [BE] alors PE = PB.

Oui, car si l'on considère le triangle ABE, D est le milieux des côtés [AB] et (FD) est parallèle au côté [AC], donc (DF) passe par le milieu du troisième côté [EB] ; d'où PE = PB.



. A t-on raison de dire que la droite (DE) n'est pas parallèle au côté AB ?

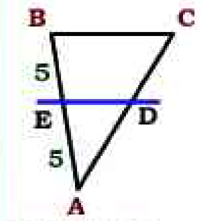
Oui, car si (DE) était parallèle à (AB), alors D serait le milieu de [AC] et on aurait donc DE = $\frac{AB}{2}$ = $\frac{9}{2}$ = 4,5 et non 4,6.



. On sait que AC = 10 cm et DF = 7 cm.
. On sait aussi que le périmètre du triangle des milieux DEF = 23,5 cm.
. Quelles sont les mesures du côté [AB] et [CB] ?

. Calculons le côté [CB]
- **. Si l'on considère le triangle DEF, le segment [DF] a pour extrémité les milieux de deux côtés, par conséquent DF = 1/2 CB => [CB] = 2 x DF = 2 x 7 = 14 cm.**

. Calculons le côté [BC]
1. **Considérons maintenant le triangle ABC, le segment [FE] a aussi pour extrémité les milieux de deux côtés, par conséquent FE = 1/2 AC => FE = 5 cm.**
2. **Etant donné que le périmètre DEF = 23,5 cm, soit P = DF + FE + DE, alors DE = 23,5 - 7 - 5 = 11,5 cm.**
3. **DE a pour extrémité les milieux de deux côtés, par conséquent DE = 1/2 AB => [AB] = 2 x DE = 2 x 11,5 = 23 cm.**



(DE) // (BC)

D est-il le milieu de AC ?

1. **On considère le triangle ABC**
2. **D'après les indications portées sur la figure E est le milieu de [AB] et (ED) parallèle à (BC)**
3. **Or, dans un triangle si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.**

4. **Par conséquent, (DE) passant par le milieu E de [AB] et est parallèle à [BC], alors D est le milieu de [AC].**